

PRIMERAS JORNADAS REGIONALES DE ACÚSTICA AdAA 2009

19 y 20 de noviembre de 2009, Rosario, Argentina



AdAA2009-A015R

Patrones de Chladni y factor de calidad para una tapa trasera de guitarra

Yanet, Alvarez ^(a), Roberto, Morales ^(a),
Joaquín, Silveira ^(a), Ignacio, Bruvera ^(b), Gustavo, Basso ^(c).

(a) Grupo 4 - Curso de Física Experimental 2 (2008) – Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata, Argentina

(b) Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata, Argentina

(c) Facultad de Bellas Artes. Universidad Nacional de La Plata, Argentina

Abstract

The behaviour of an acoustic guitar back plate excited by sound waves was studied in the frequency range from 135 Hz to 1200 Hz. Chladni patterns formed on sand spread on the plate were observed and the quality factor at a resonance frequency was determined from the data obtained by an ad-hoc device. The Chladni patterns are the most direct method for the visualization of vibration modes on a surface. They are obtained by spreading a dry light granular substance (e.g., sand) over a vibrational surface. Vibrations cause the grains to accumulate on the nodes making visible their locations. In the first place the guitar back plate's excitation frequency corresponding to modes of oscillation was identified through Chladni patterns sharpness. In the second part of the work, the amplitude of vibration dependence of the excitation frequency in a specific point of the plate was obtained by means of a home-made device, which consists in a phonograph's pick up connected to an oscilloscope. Finally, the back plate's quality factor around 450 Hz was determined.

Resumen

Se relevó el comportamiento de una tapa trasera de guitarra estimulada por ondas sonoras de frecuencias en el rango [135 Hz, 1200 Hz]. Se observaron los patrones de Chladni formados por arena colocada sobre la tapa y se determinó el factor de calidad para una de las frecuencias de resonancia mediante un dispositivo ad hoc. Los patrones de Chladni son la forma más directa de visualizar los modos de vibración de una superficie. Éstos se obtienen esparciendo alguna sustancia granular fina (por ejemplo arena) en la superficie en cuestión. La vibración provoca que la sustancia se acumule en los nodos haciendo visible su ubicación. En la primera parte del experimento, la tapa trasera de una guitarra fue excitada a distintas frecuencias y se utilizaron los patrones de Chladni para identificar las resonancias. En la segunda parte se obtuvo la amplitud de vibración en función de la frecuencia mediante un dispositivo hogareño que consta de un pick-up de fonógrafo conectado a un osciloscopio. Finalmente, se determinó el factor de calidad alrededor de los 450 Hz.

1 Introducción

1.1 Generalidades

El sonido es la sensación producida en el oído por las oscilaciones mecánicas de frecuencias en el rango 20Hz-20kHz (para humanos) transmitidas en forma de ondas a través de un medio elástico como puede ser el aire.

Al interactuar la onda sonora con un objeto extendido, estas se propagan por el nuevo medio en todas direcciones. Dependiendo de sus longitudes características, las condiciones de contorno que el cuerpo impone a las ondas pueden inducir la resonancia de alguna de las componentes en frecuencia de la onda incidente.

En el caso de un objeto con geometría tipo membrana, como una tapa de guitarra, las oscilaciones resonantes se manifiestan en la dirección normal al plano del cuerpo. Al tratarse de ondas estacionarias, para cada modo característico, quedan determinadas en la superficie zonas ventrales donde la amplitud de vibración es máxima y nodales donde la amplitud es mínima. Así, si se distribuye una sustancia granular sobre el objeto, esta tenderá a acumularse en los nodos formando lo que se conoce como patrones de Chladni.



Figura 1: Patrón de Chladni en una tapa de violín.

1.2 Resonancia

Al imponer condiciones de contorno (como un cambio de medio) a una onda viajera, parte de la perturbación incidente es reflejada al medio original. La combinación (suma) de la onda reflejada con posteriores ondas incidentes resulta en interferencia. Bajo ciertas condiciones esta interferencia puede ser constructiva y generar ondas estacionarias en la cavidad en cuestión. La continua adición de nuevas ondas incidentes hace que la amplitud de la onda estacionaria crezca superando la amplitud original. Este “refuerzo” permite seleccionar determinadas frecuencias de un paquete de onda incidente si se controla la geometría de la cavidad resonante.

Este fenómeno constituye la base del funcionamiento de la mayoría de los instrumentos musicales.

1.3 Intensidad de una Onda

La intensidad de una onda se define como la cantidad media de energía transportada por la misma. Del Teorema de Fourier se desprende para la intensidad la expresión:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt, \quad (I)$$

donde f es la función de onda en un punto fijo y T su período.

Si $f(t) = A \times \text{sen}(\omega \times t + \alpha)$, la integral queda:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt = \frac{A^2}{2}, \quad (\text{II})$$

donde A es la amplitud, ω la frecuencia, y α la fase inicial.

1.4 Factor de calidad

El factor de calidad de una cavidad a una dada frecuencia propia se define como 2π veces la relación entre la energía media almacenada en la misma y la disipada por ciclo y constituye una medida de la agudeza de la respuesta de la cavidad a una excitación externa. Puede ser expresada como el cociente entre la frecuencia de resonancia y el ancho a mitad de altura de la curva respuesta (típicamente gaussiana [2]).

$$Q = \frac{f_i}{\Delta f}. \quad (\text{III})$$

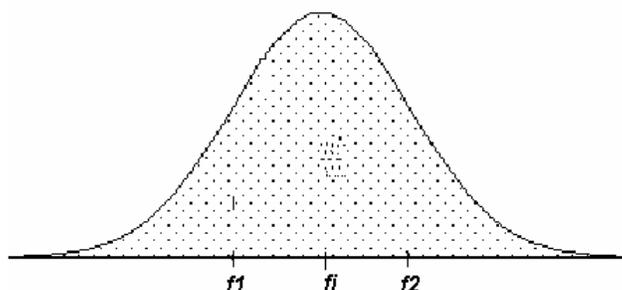


Figura 2. Distribución Gaussiana.

2 Objetivos del proyecto

- Evaluar la respuesta mecánica de una tapa trasera de guitarra frente a diferentes frecuencias.
- Determinar el factor de calidad para un modo de propio.

3 Experimental

3.1 Patrones de Chladni

Para observar los patrones de Chladni se montó la tapa de guitarra sosteniéndola por los extremos superior e inferior (figura 3). Para minimizar el efecto de los soportes sobre la respuesta natural del sistema, se colocó una lámina de Etilvinilacetato (goma EVA) entre el punto de apoyo y la tapa.

Se conectó un generador de funciones a la consola de un equipo de música que hizo las veces de amplificador. El parlante del equipo se colocó debajo de la tapa de guitarra y se

esparció arena sobre esta en forma más o menos uniforme. Con esta disposición se procedió a barrer en forma continua las señales sinusoidales con frecuencias en el rango [135,1200] Hz mientras se observaba el comportamiento de la arena sobre la tapa. Cuando la frecuencia del sonido coincidía con un modo normal del sistema, la arena tendía a acumularse en las zonas nodales formando los patrones de Chladni. Al abandonar el entorno de la resonancia se tomaba nota de la frecuencia central y se redistribuía la arena. Como aseguro del valor de la frecuencia y del tipo de señal utilizada se conectó un osciloscopio a la salida del generador de funciones en paralelo con el equipo de música.



Figura 3. Patrón de Chladni en la tapa de guitarra soportada por los extremos.

3.2 Factor de calidad

Una vez identificadas las frecuencias de resonancia aproximadamente, se seleccionó la más definida (450 Hz) para determinar el factor de calidad.

Para esto, al montaje anterior se agregó un pick up de fonógrafo como sensor de vibración (figuras 4 y 5). Estos dispositivos transducen tensiones mecánicas en diferencias de potencial gracias al efecto piezoeléctrico.

Los materiales piezoeléctricos, debido a su singular estructura cristalina, tienen la propiedad de generar diferencia de potencial eléctrico entre sus caras al ser sometidos a esfuerzos mecánicos. En el caso de un pick up, el relieve que constituye la pista del disco produce desplazamientos en una púa metálica que a su vez presiona un cristal piezoeléctrico. Dentro del límite elástico del cristal, el esfuerzo es proporcional al desplazamiento de la púa y el voltaje proporcional al esfuerzo por lo que se obtiene, a la salida del dispositivo, una señal eléctrica proporcional al desplazamiento de la punta.

De esta manera, conectando un osciloscopio a la salida del pick up es posible censar de forma poco invasiva la vibración de la tapa.



Figura 4. Dispositivo experimental completo.



Figura 5. Detalle del dispositivo sobre la tapa de guitarra.

En este caso el barrido en frecuencias se hizo en forma discreta cada 2.5 Hz en el intervalo $[425,515]$ Hz. Para esto se reemplazó el generador de funciones por el software *Mathematica 3.0* que posee una opción de ejecutar, vía placa de sonido de una PC, funciones dependientes del tiempo.

Con esta configuración se colocó el pick up en una de las zonas ventrales evidenciadas por el patrón de Chladni y se realizó un pequeño barrido hasta encontrar el punto con mayor amplitud de vibración.

El osciloscopio digital conectado a la salida del pick up cuenta con la posibilidad de congelar la imagen en pantalla y exportarla en una tabla. De esta manera fue posible obtener los pares $x(t)$ (posición , tiempo) del punto de apoyo de la púa. A los gráficos así obtenidos se les ajustó una función suma de senos que considera la respuesta del sistema a la excitación sonora y la interferencia de 50 Hz provocada por la red eléctrica (IV).

$$x=A_1 \times \text{Sin}(2 \times \text{Pi} \times 50 \times t + F_1) + A_2 \times \text{Sin}(2 \times \text{Pi} \times \omega \times t + F_2), \quad (\text{IV})$$

donde $A_{1,2}$ son las amplitudes, $F_{1,2}$ las fases y ω la frecuencia de oscilación del sistema.

De estos ajustes se obtuvieron las amplitudes de oscilación A_2 para cada frecuencia de excitación a partir de las cuales se calculó la intensidad según (II).

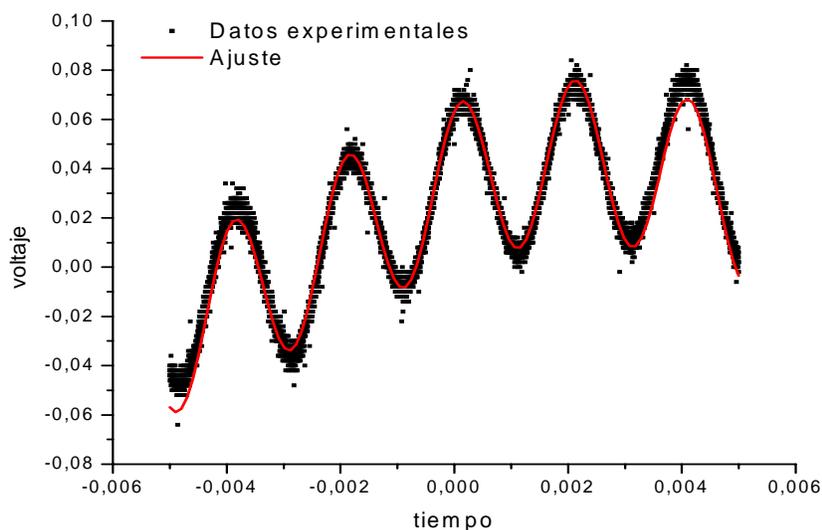


Figura 6. Señal del pick-up ajustada con suma de senos.

4 Resultados

Se observaron patrones de Chladni en frecuencias que iban desde 135 Hz hasta 750 Hz. Más allá de los 750 Hz no se observó ningún patrón.

Se graficó la intensidad de la vibración según (II) en función de la frecuencia y se ajustó con una suma de gaussianas (V) (Fig. 7).

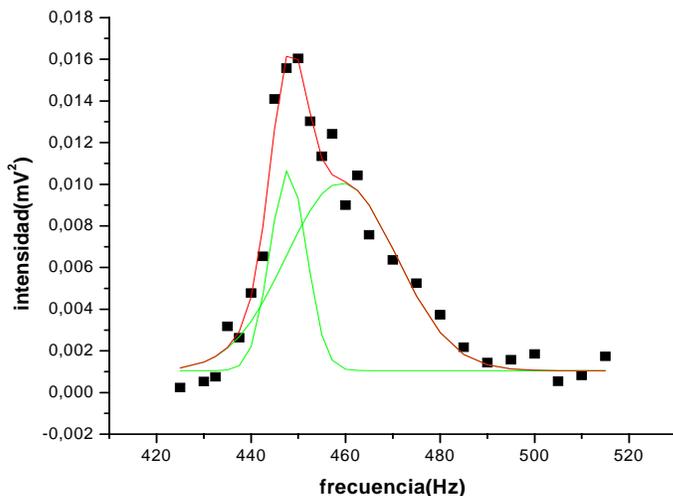


Figura 7. Ajuste intensidad vs frecuencia.

$$y = y_0 + A_1 e^{-\frac{(x-x_{c1})^2}{2w_1^2}} + A_2 e^{-\frac{(x-x_{c2})^2}{2w_2^2}} \tag{V}$$

donde $A_{1,2}$ es el área bajo la curva, $x_{c1,2}$ la posición del máximo y $w_{1,2}$ el ancho a mitad de altura.

Tabla 1. Valores del ajuste de doble gaussiana.

x_{c1}	447.9(4) Hz	x_{c2}	459(1) Hz
A_1	0.09(2) Hz*mV ²	A_2	0.26(4) Hz*mV ²
w_1	8(1) Hz	w_2	23(2) Hz
y_0	0.0010(4) mV ²		

Con estos datos, los valores obtenidos para el factor de calidad según (III) fueron:

Para la frecuencia 447,9Hz: $Q= 56 (7)$

Para la frecuencia 459Hz: $Q= 20 (3)$

5 Discusión

5.1 Patrones de Chladni

Los patrones de Chladni se lograron sin mayores dificultades aunque ciertas consideraciones podrían mejorar los resultados:

- **Soporte alternativo:** Se podría estudiar si la respuesta del sistema cambia al colgar la tapa de hilos delgados en lugar de apoyarla. De esta manera la tapa hubiera quedado suspendida con menos modificaciones a sus condiciones de contorno.

- **Sustancia granular más fina:** La utilización de una sustancia granular más fina y más liviana habría logrado patrones más claros. A su vez, la claridad de los patrones se habría beneficiado si la tapa no hubiera estado ligeramente curvada. Esta curvatura hacía que la arena tendiera a depositarse en algunas zonas independientemente de la vibración de la tapa.
- **Intensidad sonora:** Existe una relación de compromiso entre la potencia de amplificación y la fidelidad de reproducción. Además, a mayores frecuencias, la intensidad necesaria para lograr los patrones aumentaba. Esto impidió reconocer frecuencias de resonancia mayores que 750 Hz, lo que habría sido muy útil para barrer una buena parte del rango audible.

5.2 Factor de Calidad

El estudio del factor de calidad evidenció dos frecuencias de resonancia muy cercanas cuyas respuestas se solapan, si bien los factores correspondientes demuestran una respuesta mucho más aguda para 447,9 Hz. También existen un par de consideraciones en este caso:

- El osciloscopio digital con posibilidad de exportar datos resultó indispensable para aislar la señal de interés de la interferencia de la red eléctrica. De no contar con este instrumento resultaría necesario aislar electromagnéticamente el dispositivo de medida para que sea posible una determinación fiel de la intensidad.
- La forma de colocar el pick up sobre la tapa afecta fuertemente los resultados. En este trabajo se procuró hacerlo de la forma más similar posible a la posición natural del elemento en un tocadiscos. Hay que considerar la posibilidad de que el punto de apoyo varíe por las vibraciones.

5.3 General

Se encontró un método accesible para una determinación no trivial mediante un dispositivo ad hoc confeccionado con elementos no convencionales.

Si bien en esta fase inicial la técnica no resulta del todo práctica posee el potencial de ser desarrollada a futuro.

Referencias

Internet: www.phys.unsw.edu.au/jw/chladni.html

Jackson J.D. (1998). "Classical Electrodynamics". Wiley, New York, EEUU (3rd ed.)

Tipler, Paul A (2001). "Física para la ciencia y la tecnología. 1 / Paul A. Tipler, Gene Mosca". Reverté, Barcelona, España (4ª ed.).